

## Семинар № 1. Расчет основных параметров МПЛ

В конце сороковых - начале пятидесятих годов на смену традиционным волноводным и круглым коаксиальным линиям передачи пришли плоские коаксиальные конструкции с твердым диэлектрическим покрытием. Вскоре были разработаны печатные полосковые линии передачи двух типов: симметричная (рис.1,*а*) и несимметричная (рис.1,*б*).

Доминирующее положение занимала симметричная полосковая линия, имеющая меньшие потери (в частности, на излучение) и меньшую взаимную связь элементов. Только в начале шестидесятих годов удалось перейти к достаточно эффективной реализации преимуществ печатной технологии, которая привела к развитию интегральных схем СВЧ. Это стало возможным благодаря появлению новых материалов, разработке совершенных технологических приемов изготовления, обеспечивающих высокую точность реализации печатной схемы при малых линейных размерах. Теперь уже более реально встал вопрос об использовании несимметричной линии передачи, состоящей из основания и проводящей плоскости, разделенных тонкой подложкой с достаточно высокой диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  (рис.1).

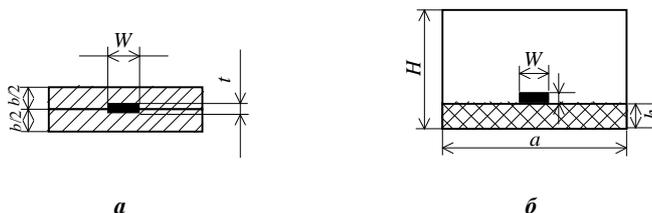


Рис.1. Полосковые линии передачи:  
*а* - симметричная; *б* - микрополосковая

Такая линия, названная микрополосковой, легко изготавливается печатным методом, не требует жесткой механической симметрии, имеет малые габариты и массу и ряд других преимуществ. Но если конструкция такой линии чрезвычайно проста, то точный расчет ее характеристик весьма сложен; до настоящего времени ведется исследование характеристик МПЛ с привлечением совершенных методов расчета. Наряду с широким использованием МПЛ продолжается поиск других типов линий, обладающих определенными достоинствами.

Широко известной особенностью СВЧ диапазона является тот факт, что практически все устройства этого диапазона построены на резонансных отрезках используемых линий передач (длина отрезков обычно составляет  $\Lambda/4$ ,  $\Lambda/2$  и т.д., где  $\Lambda$  - длина волны в линии передачи). В связи с этим, чрезвычайно актуальным является расчет длины волны в различных типах ЛП, используемых в диапазоне СВЧ.

1. Свободное пространство:  $\lambda = \frac{30}{f[\text{ГГц}]} [\text{см}]$

2. Двухпроводная ЛП:  $\Lambda = \lambda$ .

3. Коаксиальная ЛП (рис.2.):  $\Lambda = \lambda / \sqrt{\epsilon}$ , где  $\epsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика между центральным проводником и экраном. Обычные наполнители для СВЧ диапазона: фторопласт ( $\epsilon \approx 2,1$ ) и полистирол ( $\epsilon \approx 2,56$ ).



Рис.2. Коаксиальная линия передачи

4. Прямоугольный волновод сечением  $a \times b$  для основного типа волны  $H_{10}$  (рис.3):

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}$$

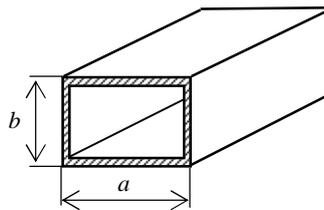


Рис.3. Прямоугольный волновод

Несимметричная микрополосковая линия (МПЛ) (см. рис.1,б):

$$\Lambda = \lambda / \sqrt{\epsilon_{\text{эфф}}}$$

где  $\epsilon_{\text{эфф}}$  - эффективная диэлектрическая проницаемость, которая может быть определена либо с использованием известных программ Microwave Office, Serenade, Microwave Studio, ADS, либо по формулам:

$$\varepsilon_{\text{эф}} = \frac{\varepsilon + 1}{2} \left\{ 1 + \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \left[ \frac{\ln(\pi/2) + [\ln(4/\pi)]/\varepsilon}{\ln(8h/W)} \right] \right\} \text{ для } W/h \leq 1,$$

где  $W$  - ширина линии передачи;  $h$  - высота подложки.

Широкое распространение в гибридных интегральных схемах на основе МПЛ получили поликоровые диэлектрические подложки (99,8%  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) с  $\varepsilon \approx 9,8$  толщиной 1; 0,5; 0,25 мм.

Добротность МПЛ условно оценивается по добротности четвертьволнового разомкнутого резонатора на МПЛ и определяется выражением

$$Q = Q_d Q_c / (Q_d + Q_c),$$

где  $Q_c$  - добротность, определяемая потерями в проводниках,  $Q_c = \sqrt{\varepsilon_{\text{эф}}} W \rho \sqrt{f[\Gamma\Gamma\text{ц}]\sigma}/6$ ;  $Q_d$  - добротность, определяемая потерями в диэлектрике,  $Q_d = \varepsilon_{\text{эф}}/q \cdot \varepsilon \cdot \text{tg}\delta$ ;  $\sigma$  - проводимость проводника;  $q$  - коэффициент, равный приблизительно 1,8;  $\text{tg}\delta$  - тангенс диэлектрических потерь (для поликора  $\text{tg}\delta \approx 10^{-4}$ ).

Общие потери в МПЛ, пренебрегая потерями на излучение  $\alpha_i$ , можно определить по формуле  $\alpha = \alpha_c + \alpha_d$ , где  $\alpha_c$  - потери в проводнике, рассчитываемые по формуле

$$\frac{\alpha_c \cdot \rho \cdot h}{R_s} = \frac{8,68}{2\pi} \left[ 1 - \left( \frac{W}{4h} \right)^2 \right] \cdot \left[ 1 + \frac{h}{W} + \frac{h}{\pi \cdot W} \left( \ln \frac{2h}{t} - \frac{t}{h} \right) \right], \quad (1)$$

где  $R_s$  - поверхностное сопротивление,  $R_s = \frac{1}{\sigma \cdot \delta_c}$ ;  $\delta_c$  - глубина скин-слоя в проводнике.

$$\alpha_d \approx 27,3\sqrt{\varepsilon} \cdot \text{tg}\delta/\lambda \text{ [дБ/ед. дл.]} \quad (2)$$

Рабочая частота МПЛ должна быть ниже частоты паразитных колебаний, происхождение которых может быть двояким. Одним из видов паразитных колебаний являются поверхностные волны, “стелящиеся” по поверхности диэлектрической подложки вдоль заземленной плоскости. Для предельного случая бесконечно тонкой подложки с бесконечно малой диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  фазовая скорость поверхностной волны близка

к скорости света. При увеличении толщины подложки  $h$  и величины  $\epsilon$  поверхностная волна замедляется. Когда же фазовая скорость поверхностной волны оказывается близка к фазовой скорости волны ТЕМ, между этими двумя волнами возникает сильное взаимодействие, вызывающее негативные эффекты. Критическая частота этого типа колебания и определяет верхний частотный предел применения МПЛ:

$$f_{\text{кр}}^{\text{пов}} = c/4\pi\sqrt{\epsilon-1} = 75/h\sqrt{\epsilon-1} \text{ [ГГц]}$$

(здесь  $h$  измерена в миллиметрах,  $c$  - скорость света).

Другой вид паразитных колебаний - поперечное резонансное колебание, которое может возникнуть между полосковым проводником и заземленным основанием. Для этого вида колебаний воздушная среда над подложкой не влияет на конфигурацию поля.

При  $W \approx h$  критическая частота для колебания резонансного типа равна

$$f_{\text{кр}}^{\text{р}} = 107,5/h\sqrt{\epsilon} \text{ [ГГц]}.$$

**Пример.** На частоте  $f = 10$  ГГц определить потери в медном проводнике МПЛ на подложке толщиной  $h = 0,5$  мм. Волновое сопротивление линии  $\rho = 50$  Ом, что соответствует  $W/h = 0,9$  ( $W = 0,485$ ).

**Решение.** 1. Определяем величину поверхностного сопротивления для меди ( $\sigma = 6 \cdot 10^7$  Ом<sup>-1</sup>·м<sup>-1</sup>,  $\delta_c = 0,7$  мкм =  $7 \cdot 10^{-7}$  м):

$$R_s = 1/(\sigma \cdot \delta_c) = 1/6 \cdot 10^7 \cdot 7 \cdot 10^{-7} = 0,024 \text{ Ом}.$$

2. Определяем толщину проводника:

$$t = 3\delta_c = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ мм}.$$

3. По формуле (1) определяем потери в проводнике:

$$\alpha_c = 0,05 \text{ дБ/см}.$$

4. По формуле (2) определяем потери в диэлектрике:

$$\alpha_d \approx 0,003 \text{ дБ/см.}$$

**Задание 1.** Определить добротность МПЛ с поликоровой подложкой  $\varepsilon = 9,8$  толщиной  $h = 0,5$  мм на частоте  $f = 10$  ГГц. Волновое сопротивление линии  $\rho = 50$  Ом, проводник - медь.

**Задание 2.** Определить частотные пределы использования МПЛ с толщиной поликоровой подложки 1; 0,5; 0,25 мм.

### *Литература*

1. *Малорацкий Л.Г.* Микроминиатюризация элементов и устройств СВЧ. - М.: Сов. радио, 1976. - С. 10 - 55.

## Семинар № 2. Определение матриц рассеяния элементарных многополюсников

Расчет СВЧ-цепей, состоящих из отрезков линий передачи, разветвлений и неоднородностей, может быть существенно упрощен при использовании волновых матриц рассеяния  $[S]$ . Элементами матрицы  $[S]$  являются комплексные коэффициенты отражения и передачи волн напряжения между соответствующими зажимами многополюсника.

Рассмотрим матрицу рассеяния четырехполюсника, показанного на рис.1. С помощью такого четырехполюсника можно представить любую неоднородность, включенную в линию передачи. Пусть  $a_{1,2}$  и  $b_{1,2}$  - напряжения падающих и отраженных волн в сечениях 1-1 и 2-2. Тогда связь между ними может быть представлена в виде

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = [S] \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}; \quad [S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (1)$$



Рис.1. Схема четырехполюсника

Раскрывая матричную форму записи в выражении (1), легко получить систему уравнений вида

$$\begin{cases} b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2; \\ b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2. \end{cases}$$

Определим физический смысл коэффициентов матрицы рассеяния  $[S]$ :

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} \quad - \text{коэффициент отражения от входного сечения 1-1 четырехполюсника при}$$

включении согласованной нагрузки в выходном сечении 2-2;

$S_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0}$  - коэффициент передачи из клеммного сечения 2-2 в сечение 1-1 при на-

личии в сечении 1-1 согласованной нагрузки;

$S_{22} = \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_1=0}$  - коэффициент отражения от сечения 2-2, когда согласованная нагрузка

включена в сечение 1-1;

$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0}$  - коэффициент передачи по напряжению в прямом направлении ( согласо-

ванная нагрузка включена в сечение 2-2).

Если сместить клеммные сечения, как показано на рис.2, то матрица  $[S]$  трансформируется в матрицу  $[S']$ , элементы которой, как легко показать, определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} S'_{11} &= S_{11}e^{2\gamma_1 l_1}; & S'_{12} &= S_{12}e^{(\gamma_1 l_1 + \gamma_2 l_2)}; \\ S'_{21} &= S_{21}e^{(\gamma_1 l_1 + \gamma_2 l_2)}; & S'_{22} &= S_{22}e^{2\gamma_2 l_2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $l_1$  и  $l_2$  - расстояния, на которые смещены клеммы сечения;  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  - постоянные распространения (в общем случае комплексные  $\gamma = jk + \alpha$ , где  $k = 2\pi/\Lambda$  - волновое число,  $\alpha$  - погонные потери) в соответствующих линиях передачи.



Рис.2. Схема четырехполюсника со смещенными клеммными сечениями

Соотношения (2) могут быть представлены в матричной форме:

$$[S'] = [R] \cdot [S] \cdot [R], \text{ где } [R] = \begin{bmatrix} e^{\gamma_1 l_1} & 0 \\ 0 & e^{\gamma_2 l_2} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

они часто используются для упрощения матрицы рассеяния путем выбора положения клеммных сечений.

Если в отличие от рис.2 клеммные сечения будут удаляться от четырехполюсника, то в формуле (3) необходимо показатели экспонент умножить на  $-1$ . Если одно сечение будет приближаться к четырех-полюснику, а другое удаляться от него, то соответствующие показатели экспонент будут иметь разные знаки.

Рассмотрим основные свойства элементов матрицы рассеяния четырехполюсника.

1. Если для данного узла справедлива теорема взаимности, то четырехполюсник, характеризующий данный узел, является взаимным, а его матрица рассеяния  $[S]$  - симметричной, т.е. выполняется равенство  $S_{12} = S_{21}$ .

2. Если  $S_{11} = S_{22}$  и  $S_{12} = S_{21}$ , то коэффициенты отражения от обоих сечений одинаковы, а четырехполюсник является симметричным.

3. При отсутствии потерь в узле суммарная мощность отраженных волн равна суммарной мощности падающих волн, а матрица рассеяния удовлетворяет условию унитарности

$$[S_T]^* \cdot [S] = [I], \quad (4)$$

где  $[S_T]^*$  - комплексно-сопряженная и транспонированная матрица по отношению к матрице  $[S]$ ;  $[I]$  - единичная матрица.

Таким образом, унитарность матрицы рассеяния является формулировкой закона сохранения энергии для пассивных узлов без потерь.

Проанализируем условие (4). Раскрывая матричную форму записи, получаем

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix}^* \cdot \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

откуда

$$S_{11}^* S_{11} + S_{21}^* S_{21} = 1 \rightarrow |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1; \quad (5)$$

$$S_{12}^* S_{12} + S_{22}^* S_{22} = 1 \rightarrow |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 1; \quad (6)$$

$$S_{11}^* S_{12} + S_{21}^* S_{22} = 0; \quad S_{12}^* S_{11} + S_{22}^* S_{21} = 0. \quad (7)$$

Формулы (5) и (6) означают, что вся падающая на четырехполюсник мощность полностью расходуется на отражение и прохождение.

Первое из уравнений (7) можно записать в следующем виде:

$$\frac{S_{11}^*}{S_{22}} = -\frac{S_{21}^*}{S_{12}} \text{ или } \frac{|S_{11}|e^{-i\varphi_{11}}}{|S_{11}|e^{i\varphi_{22}}} = e^{\pm i\pi} \frac{|S_{21}|e^{-i\varphi_{21}}}{|S_{12}|e^{i\varphi_{12}}},$$

откуда следует

$$\frac{|S_{11}|}{|S_{22}|} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} \text{ и } \varphi_{11} + \varphi_{22} = \varphi_{21} + \varphi_{12} \pm \pi. \quad (8)$$

Из соотношения (8) с учетом (5) и (6) следует, что  $|S_{11}| = |S_{22}|$  и  $|S_{12}| = |S_{21}|$ , т.е. амплитуды прошедших и отраженных волн при изменении направления передачи энергии остаются постоянными, изменяются лишь фазовые соотношения.

Рассмотрим матрицу рассеяния многополюсника. Многополюсником называется любая электрическая цепь, имеющая  $2n$  зажимов, образующих попарно  $n$  входов. Подразумевается, что клеммные сечения (плоскости отсчета) располагаются далеко от неоднородности и во всех линиях существует одноволновый режим.

Матрицы рассеяния многополюсников строятся по тому же принципу, что и аналогичные матрицы четырехполюсников. Мощность, выходящая из многополюсника в каждое из его плеч, зависит от мощностей, входящих в каждое его плечо. Поэтому многополюсник можно также описать в терминах падающих и отраженных волн напряжений - комплексными коэффициентами отражения и передачи.

Приведем для многополюсника, изображенного на рис.3, выражения, связывающие напряжения падающих и отраженных волн на его зажимах:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \mathbf{M} \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \mathbf{K} & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \mathbf{K} & S_{2n} \\ & \mathbf{K} & \mathbf{K} & \\ S_{n1} & S_{n2} & \mathbf{K} & S_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \mathbf{M} \\ a_n \end{bmatrix} \text{ или } [b] = [S][a], \quad (9)$$

здесь  $[S]$  - квадратная матрица рассеяния, а  $[a]$  и  $[b]$  - векторы-столбцы падающих и отраженных волн.

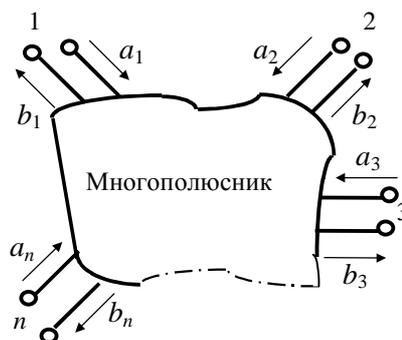


Рис.3. Схема многополюсника со смещенными клеммными сечениями



**Решение.** Поскольку отрезок ЛП согласован, то  $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$ , т.е.  $S_{11} = S_{22} = 0$ . В линии существует чисто бегущая волна, напряжение которой изменяется по закону  $U_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВХ}} e^{-\gamma l}$

Полагая  $U_{\text{ВХ}} = a_1$ , а  $U_{\text{ВЫХ}} = b_2$ , находим  $S_{21} = \frac{b_2}{a_1} = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = e^{-\gamma l}$ . Поскольку узел взаимный, то  $S_{21} = S_{12}$ . В результате матрица рассеяния принимает вид:  $[S] = e^{-\gamma l} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ .

**Пример 2.** Определить матрицу рассеяния симметричного Y-тройника, плечи которого с волновым сопротивлением  $\rho$  расходятся под углом  $120^\circ$ . Общий вид такого волноводного тройника показан на рис.5.

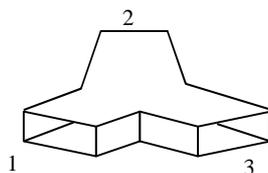


Рис.5. Симметричный волноводный Y-тройник

**Решение.** Устройство симметрично со стороны любого входа. Матрица рассеяния  $[S]$  имеет размер  $3 \times 3$ . Входное сопротивление тройника со стороны любого входа равно  $\rho/2$ . Коэффициент отражения от каждого из входов легко определить по формуле

$$\Gamma = \frac{z_{\text{н}} - \rho}{z_{\text{н}} + \rho} = \frac{\rho/2 - \rho}{\rho/2 + \rho} = -\frac{1}{3}.$$

Поскольку тройник симметричен, можно найти диагональные элементы матрицы  $[S]$ :  $S_{11} = S_{22} = S_{33} = \Gamma = -\frac{1}{3}$ . От любого входа тройника доля отраженной входной мощности составляет  $|\Gamma|^2 = 1/9$ . В каждое из остальных плеч поступает при этом  $4/9$  входной мощности, вследствие чего модуль коэффициента передачи по напряжению оказывается равным  $\sqrt{4/9} = 2/3$ . Поскольку устройство является взаимным, а волны разветвляются синфазно, то все коэффициенты передачи по напряжению также равны  $2/3$ . В результате матрица рассеяния имеет вид

$$S = \frac{1}{3} \begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

**Пример 3.** Написать матрицу рассеяния стыка двух линий передачи с волновыми сопротивлениями  $\rho_1$  и  $\rho_2$  (например, МПЛ) в сечениях, отстоящих на расстояния  $l_1$  и  $l_2$  от стыка. Топология стыка двух МПЛ показана на рис.6.

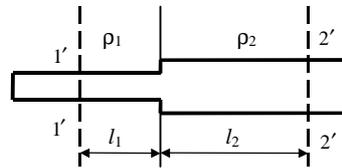


Рис.6. Топология стыка двух МПЛ с разными волновыми сопротивлениями

**Решение.** Сначала определим матрицу рассеяния  $[S]$  самого стыка:

$$\Gamma = \frac{Z_n - \rho}{Z_n + \rho}, \text{ откуда } \Gamma_1 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} = S_{11}, \quad \Gamma_2 = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = S_{22} = -S_{11}.$$

Воспользовавшись свойством унитарности (6), найдем коэффициенты матрицы рассеяния  $S_{12} = \sqrt{1 - |S_{22}|^2} = \sqrt{1 - |\Gamma_1|^2}$  и  $S_{21} = S_{12}$ . В результате матрица принимает вид

$$[S] = \begin{vmatrix} \Gamma_1 & \sqrt{1 - |\Gamma_1|^2} \\ \sqrt{1 - |\Gamma_1|^2} & -\Gamma_1 \end{vmatrix}.$$

Искомую матрицу  $[S']$  в сечениях  $1' - 1'$  и  $2' - 2'$  в соответствии с (3) можно представить в следующем виде:

$$[S'] = \begin{bmatrix} e^{-\gamma_1 l_1} & 0 \\ 0 & e^{-\gamma_2 l_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \Gamma_1 & \sqrt{1 - |\Gamma_1|^2} \\ \sqrt{1 - |\Gamma_1|^2} & -\Gamma_1 \end{vmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e^{-\gamma_1 l_1} & 0 \\ 0 & e^{-\gamma_2 l_2} \end{bmatrix}.$$

**Пример 4.** Определить матрицу рассеяния последовательно включенного в линию с волновым сопротивлением  $\rho$  реактивного сопротивления  $Z = iX$  (рис.7).

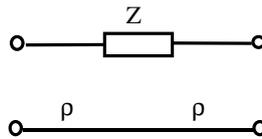


Рис.7. Эквивалентная схема последовательно включенного в линию реактивного сопротивления

**Решение.**

$$\Gamma_1 = S_{11} = \frac{Z_{\text{н}} - \rho}{Z_{\text{н}} + \rho} = \frac{(\rho + iX) - \rho}{(\rho + iX) + \rho} = \frac{iX}{2\rho + iX} = \frac{ix}{2 + ix},$$

где  $x = X/\rho$ .

Очевидно, что  $S_{11} = S_{22}$  в силу симметрии схемы. Воспользовавшись свойством унитарности, запишем выражения для остальных коэффициентов матрицы:

$$|S_{12}| = |S_{21}| = \sqrt{1 - \left| \frac{ix}{2 + ix} \right|^2}, \text{ откуда } S_{12} = S_{21} = \frac{2}{ix + 2}.$$

В итоге матрица  $[S]$  имеет вид  $[S] = \frac{1}{2 + ix} \begin{bmatrix} ix & 2 \\ 2 & ix \end{bmatrix}$ .

**Задание 1.** Определить матрицу рассеяния ферритового вентиля отрезка линии передачи длиной  $l$  с постоянной распространения,  $\gamma$  пропускающего мощность только в прямом направлении.

**Задание 2.** Написать матрицу рассеяния симметричного тройника, согласованного со стороны одного плеча, т.е.  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ .

**Задание 3.** Определить матрицу рассеяния параллельно включенной в линию реактивной проводимости  $Y = iB$ .

**Задание 4.** Написать матрицу рассеяния идеального циркулятора со схемой циркуляции 1-2-3-1.

**Задание 5.** Написать матрицу рассеяния идеального циркуляра со схемой циркуляции 4-3-2-1-4.

## Литература

1. **Веселов Г.И., Алехин Ю.Н.** Элементы теории и вопросы проектирования СВЧ-устройств. - М.: МИЭТ, 1980. - С. 33 - 47.

### Семинар № 3. Определение матрицы рассеяния произвольного $2N$ -полюсника по известным параметрам составляющих его элементарных многополюсников

Рассмотрим произвольный  $2N$ -полюсник (рис.1).

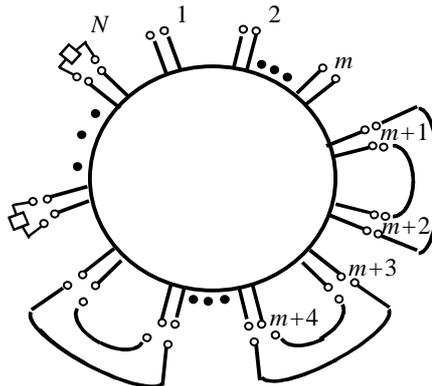


Рис.1. Произвольный  $2N$ -полюсник

Пронумеруем все зажимы следующим образом:

- 1) свободные зажимы, обозначим цифрами от 1 до  $m$ ;
- 2) зажимам, соединенным между собой, присвоим обозначения  $m + 1, m + 2, \dots$  и т.д., причем зажим  $m + 1$  соединен с зажимом  $m+2$ , а зажим  $m + 3$  - с зажимом  $m + 4$  и т.д.;
- 3) зажимы, которые нагружаются сопротивлениями, вызывающими в общем случае отражения, обозначим оставшимися цифрами до  $N$ .

Падающие и отраженные волны на зажимах  $2N$ -полюсника связаны между собой соотношением

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \mathbf{M} \\ b_N \end{bmatrix} = [S] \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \mathbf{M} \\ a_N \end{bmatrix},$$

где  $[S]$  - матрица рассеяния, которая записывается в виде

$$[S] = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} S_{1,1} & S_{1,2} & \mathbf{K} S_{1,m} & S_{1,m+1} & \mathbf{K} S_{1,N} & \\ S_{2,1} & S_{2,2} & \mathbf{K} S_{2,m} & S_{2,m+1} & \mathbf{K} S_{2,N} & \\ & & \mathbf{M} & & \mathbf{M} & \\ S_{m,1} & S_{m,2} & \mathbf{K} S_{m,m} & S_{m,m+1} & \mathbf{K} S_{m,N} & \\ \hline S_{m+1,1} & S_{m+1,2} & \mathbf{K} S_{m+1,m} & S_{m+1,m+1} & \mathbf{K} S_{m+1,N} & \\ & & \mathbf{M} & & \mathbf{M} & \\ S_{N,1} & S_{N,2} & \mathbf{K} S_{N,m} & S_{N,m+1} & \mathbf{K} S_{N,N} & \end{array} \right] = \begin{bmatrix} [S_1] & [S_2] \\ [S_3] & [S_4] \end{bmatrix}$$

Тогда окончательная матрица образованного  $2N$ -полюсника будет определяться из выражения

$$[\hat{S}] = [S_1] - [S_2] \cdot ([S_4] - [K])^{-1} \cdot [S_3],$$

где матрица  $[K]$  определяется межсоединениями внутри  $2N$ -полюсника, она имеет ту же размерность, что и матрица  $[S_4]$ , лучше всего ее определить из конкретного примера.

Рассмотрим двухрезонаторный шлейфный фильтр (рис.2).

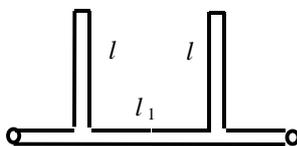


Рис.2. Двухрезонаторный шлейфный фильтр

Нумерацию клемм элементарных многополюсников проведем согласно алгоритму, как показано на рис.3.

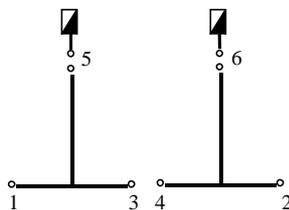


Рис.3. Разбиение схемы фильтра на элементарные многополюсники и нумерация клемм согласно алгоритму

Матрица  $[S]$  имеет в этом случае вид

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & 0 & | & S_{13} & 0 & S_{15} & 0 \\ 0 & S_{22} & | & 0 & S_{24} & 0 & S_{26} \\ \hline S_{31} & 0 & | & S_{33} & 0 & S_{35} & 0 \\ 0 & S_{42} & | & 0 & S_{44} & 0 & S_{46} \\ S_{51} & 0 & | & S_{53} & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & S_{62} & | & 0 & S_{64} & 0 & S_{66} \end{bmatrix},$$

где

$$[S_1] = \begin{bmatrix} S_{11} & 0 \\ 0 & S_{22} \end{bmatrix}, \quad [S_2] = \begin{bmatrix} S_{13} & 0 & S_{15} & 0 \\ 0 & S_{24} & 0 & S_{26} \end{bmatrix},$$

$$[S_3] = \begin{bmatrix} S_{13} & 0 \\ 0 & S_{42} \\ S_{51} & 0 \\ 0 & S_{62} \end{bmatrix}, \quad [S_4] = \begin{bmatrix} S_{33} & 0 & S_{35} & 0 \\ 0 & S_{44} & 0 & S_{46} \\ S_{53} & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & S_{64} & 0 & S_{66} \end{bmatrix},$$

матрица  $[K]$  -

$$[K] = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \begin{array}{l} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} & \left\| \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\Gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\Gamma} \end{array} \right\| \end{array} \end{array}$$

Порядок заполнения матрицы  $[K]$ :

- 1) там, где есть соединение (в нашем случае клемм 3 и 4), ставится единица;
- 2) там, где стоит нагрузка, ставится диагональный элемент  $1/\Gamma_i$ , здесь  $i$  - номер клеммы.

**Пример.** Определить матрицу рассеяния шестиполюсника, показанного на рис.4.

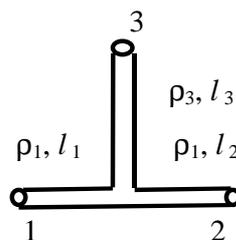


Рис.4. Шестиполюсник

**Решение.** Воспользуемся рекуррентными формулами для определения  $[S]$  - матрицы произвольного  $2N$ -полюсника:

$$K_1 = \frac{1}{1/\rho_1 + 1/\rho_2 + \mathbf{K} + 1/\rho_N};$$

$$S_{ii} = \left( \frac{2K}{\rho_i} - 1 \right) e^{-2j\theta_i};$$

$$S_{i,p} = \frac{2K}{\sqrt{\rho_i \times \rho_p}} \exp(-j(\theta_i + \theta_p)); \theta_i = \frac{2\pi \times l_i}{\Lambda}, j = \sqrt{-1}$$

(при  $N = 3$  и  $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho$  имеем  $K_1 = \rho/3$ ).

В нашем случае

$$K_1 = \frac{1}{1/\rho_1 + 1/\rho_2 + 1/\rho_3} = \frac{\rho_1 \rho_3}{2\rho_3 + \rho_1}; \quad l_1 = l_2 = 0;$$

$$S_{11} = -\frac{\rho_1}{2\rho_3 + \rho_1}; \quad S_{22} = S_{11}; \quad S_{33} = \frac{\rho_1 - 2\rho_3}{2\rho_3 + \rho_1} e^{-2j\theta_3};$$

$$S_{12} = S_{21} = \frac{2\rho_3}{2\rho_3 + \rho_1}; \quad S_{13} = S_{31} = \frac{2\sqrt{\rho_1 \rho_3}}{2\rho_3 + \rho_1} e^{-j\theta_3};$$

$$S_{23} = S_{32} = S_{13} = S_{31}.$$

Окончательно

$$[S] = \frac{1}{2\rho_3 + \rho_1} \begin{bmatrix} -\rho_1 & 2\rho_3 & 2\sqrt{\rho_1 \rho_3} e^{-j\theta_3} \\ 2\rho_3 & -\rho_1 & 2\sqrt{\rho_1 \rho_3} e^{-j\theta_3} \\ 2\sqrt{\rho_1 \rho_3} e^{-j\theta_3} & 2\sqrt{\rho_1 \rho_3} e^{-j\theta_3} & (\rho_1 - 2\rho_3) e^{-2j\theta_3} \end{bmatrix}.$$

**Задание.** Определить матрицу рассеяния одношлейфного фильтра, показанного на рис.5,а. (Указание: пусть  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ ;  $\rho_3 = \rho_1$ , при этом

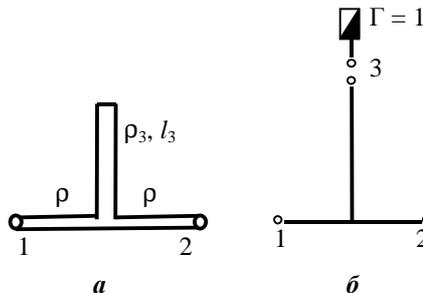


Рис.5. Одношлейфный фильтр: топология (а); представление согласно алгоритму (б)

допустим, что  $l_1 = l_2 = 0$ , тогда фильтр может быть представлен в виде, показанном на рис.5,б. Далее расчет проводить в соответствии с алгоритмом.)

### *Литература*

1. *Силаев Г.М., Брянцев И.С.* Применение матрицы и графов к анализу СВЧ-устройств. - М.: Сов. радио, 1973. - С. 5 - 56.